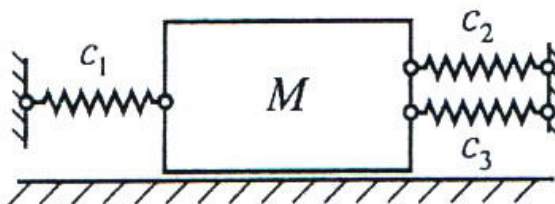


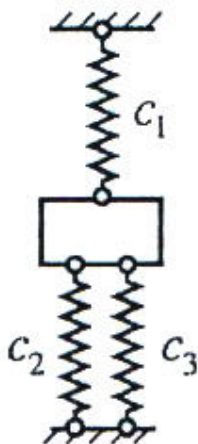
ПРЕДМЕТ: МЕХАНИКА III (ДИНАМИКА)

ЗАДАЦИ ЗА ПРИПРЕМУ I КОЛОКВИЈУМА

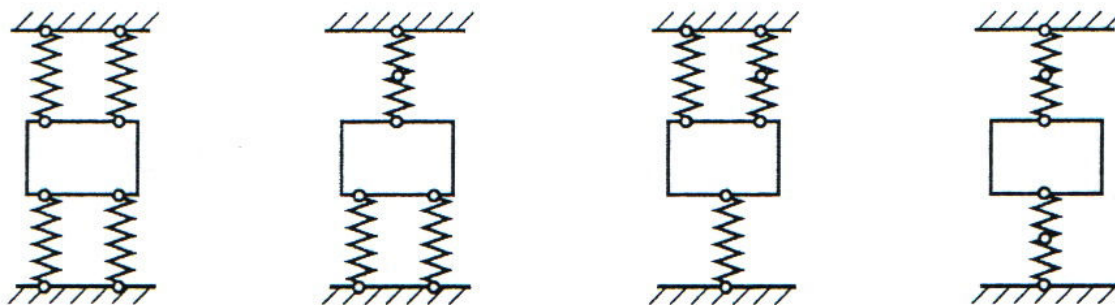
1. Период слободних осцилација терета тежине $G = 4,9 \text{ N}$ окаченог о опругу је $T = \pi/4 \text{ s}$. Одредити силу под чијим се дејством опруга деформише за $\Delta = 1 \text{ cm}$.
2. Материјална тачка, везана за доњи крај вертикалне опруге чији је горњи крај непокретан, осцилује по закону $x = 10 \sin 7t \text{ [cm]}$. Одредити издужење опруге у положају равнотеже.
3. Горњи крај вертикалне опруге, крутости c , је непокретан, а за доњи крај је закачен терет тежине P . Колика је тежина P ако је период осциловања T ?
4. Издужење опруге у положају равнотеже под дејством терета окаченог о њу износи $\Delta_s = 10 \text{ cm}$. У тренутку $t_0 = 0$ терет је, у односу на положај равнотеже, помјерен у правцу вертикале за $x_0 = 15 \text{ cm}$, гдје му је саопштена брзина $v_0 = 99 \text{ cm/s}$, вертикалног правца. Одредити једначину кретања терета.
5. Тијело M масе m може да клизи по глаткој хоризонталној равни. Тијело је, опругама хоризонталног правца, везано за непокретне тачке. Крутости опруга су c_1 , c_2 и c_3 . Одредити период осциловања терета.



6. Тијело масе $m = 1 \text{ kg}$ везано је вертикалним опругама крутости $c_1 = 2 \text{ N/cm}$, $c_2 = c_3 = 7 \text{ N/cm}$. Одредити кружну фреквенцију вертикалних осцилација тијела и период осциловања.

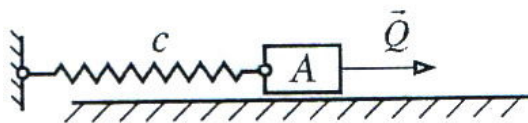


7. Тијело масе m , везано помоћу четири опруге једнаких крутости c , врши вертикалне осцилације. На сликама су приказана четири различита начина везивања опруга. Одредити периоде осциловања за сва четири случаја.

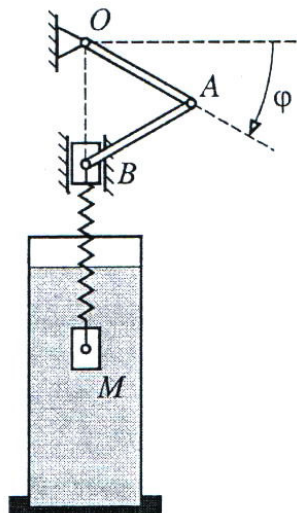


8. Терет масе $m = 16 \text{ kg}$ објешен је о опругу крутости $c = 4 \text{ N/cm}$ и изведен из положаја равнотеже за $x_0 = 8 \text{ cm}$ при чему му је саопштена и почетна брзина v_0 наниже. Колики треба бити интензитет почетне брзине да би настале хармонијске осцилације са амплитудом од $A = 10 \text{ cm}$?
9. Тачка масе $m = 1 \text{ kg}$, објешена о опругу, врши вертикалне хармонијске осцилације по закону $x = 2 \sin(kt+1) \text{ [cm]}$. Ако је максимална брзина тачке $v_{max} = 4 \text{ cm/s}$, одредити крутост опруге c .
10. На средину хоризонталне еластичне греде са непокретним крајевима постављен је терет и пуштен без почетне брзине. Занемарујући масу греде, и узимајући еластичну силу пропорционалну угибу, одредити једначину кретања терета, период осциловања и максимални угиб греде, ако је њен статички угиб под дејством описаног терета f_{st} .
11. Материјална тачка врши слободне пригушене осцилације чији је декремент $d = e^{0,75\pi}$. Наћи однос периода T_p тих осцилација и периода T_ω одговарајућих слободних осцилација без пригушења.
12. Тачка тежине $G = 1 \text{ N}$ врши пригушене осцилације чији је перод $T_p = 0,102 \text{ s}$. Колико пута ће се умањити амплитуда последије двије цијеле осцилације тачке, ако сила отпора кретању при брзини $v = 1 \text{ cm/s}$ износи $F^{(d)} = 0,02 \text{ N}$?
13. Амплитуда пригушених осцилација последије три пуне осцилације смањи се 10 пута. Одредити логаритамски декремент осцилација.
14. Тијело масе $m = 1 \text{ kg}$ врши пригушене осцилације под дејством силе отпора пропорционалне првом степену брзине, при чему је период тих осцилација $T_p = 0,25 \text{ s}$, а логаритамски декремент $D = 0,5$. Одредити силу отпора при брзини $v = 1 \text{ cm/s}$.
15. Период пригушених осцилација материјалне тачке је $T_p = \pi/2 \text{ s}$, а логаритамски декремент је $D = \pi/10$. Одредити једначину кретања тачке ако је у почетном тренутку $x_0 = 3 \text{ cm}$, $v_0 = 0$.

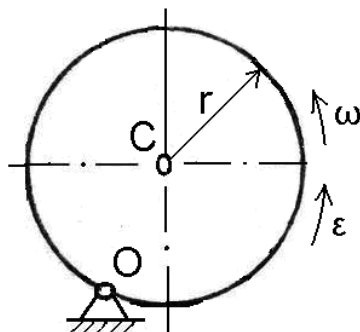
16. Тачка масе $m = 0,3 \text{ kg}$ врши слободне непригушене осцилације по закону $x = 24\cos 13t$ (t - у секундама, x - у центиметрима). Одредити једначину пригушених осцилација тачке при истим почетним условима ако на тачку при кретању дјелује сила отпора $F^{(d)} = 3v$ ($F^{(d)}$ - у Њутнима, v - у метрима у секунди).
17. Опруга крутости $c = 10 \text{ N/m}$ је једним крајем везана за таваницу, а за њен други крај је везана плочица масе $m = 0,05 \text{ kg}$. На плочицу дјелује сила отпора $F^{(d)} = 0,4v$. Одредити једначину осциловања, период осциловања и декремент пригушења, ако је плочици саопштена почетна брзина $v_0 = 27 \text{ cm/s}$ у равнотежном положају.
18. Тијело тежине $G = 2,45 \text{ N}$ објешено је о опругу крутости $c = 1 \text{ N/cm}$. На њега дјелује вертикална сила $F_Q = 1,8 \sin 16t$ (F_Q - у Њутнима, t - секундама). Одредити једначину принудних осцилација терета.
19. Терет масе $m = 10 \text{ kg}$, закачен за опругу, изводи вертикалне осцилације под дејством принудне силе $F_Q = 10 \sin(20t+1)$ (F_Q - у Њутнима, t - секундама). Занемарујући отпор одредити амплитуду принудних осцилација ако је крутост опруге $c = 1 \text{ kN/m}$.
20. Тијело A масе $m = 1 \text{ kg}$, везано опругом крутости $c = 0,1 \text{ kN/m}$, креће се по хоризонталној глаткој равни под дејством принудне силе $Q = 10 \sin(10t+1/3)$ (Q - у Њутнима, t - секундама). Одредити принудне осцилације тијела A .



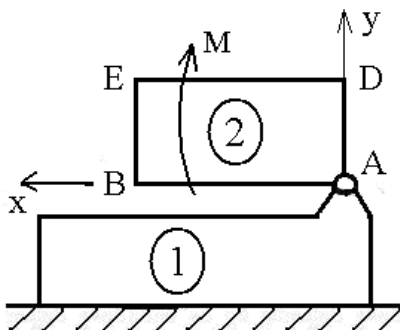
21. Горњи крај опруге крутости $c = 0,5 \text{ N/cm}$ везан је за тачку B клипног механизма, а доњи крај за тијело M тежине $G = 1 \text{ N}$. Криваја OA обрће се константном угаоном брзином $\Omega = 4\pi \text{ s}^{-1}$, а тијело M при томе осцилује у отпорној средини у којој је, при брзини $v = 1 \text{ cm/s}$, сила отпора $F^{(d)} = 0,02 \text{ N}$. Одредити принудне осцилације тијела M око положаја статичке равнотеже који одговара углу $\varphi = 0$. Узети да је $\overline{OA} = \overline{AB} = 3 \text{ cm}$.



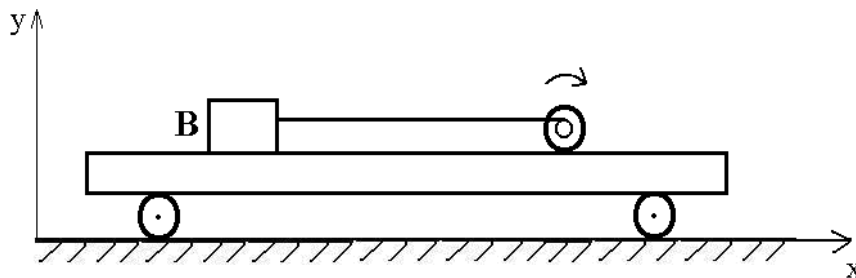
22. Хомогени диск полупречника $r = 0,2 \text{ m}$ и масе $m = 30 \text{ kg}$ обрће се око непокретне осе O управне на раван диска која се налази на растојању r од његовог центра C . Одредити интензитет главног вектора спољашњих сила које дјелују на диск у тренутку када је угаона брзина диска $\omega = 1 \text{ rad/s}$, а његово угаоно убрзање $\varepsilon = 4\sqrt{5} \text{ rad/s}^2$.



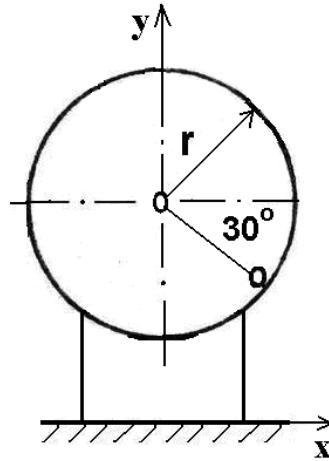
23. За тијело 1 масе m_1 које се налази на глаткој хоризонталној равни везано је цилиндричним зглобом A призматично хомогено тијело 2 масе m_2 , дужине $\overline{AB} = l$ и ширине $\overline{AD} = b$. На тијело 2 дјелује спрег момената M . На почетку кретања систем је мировао, а страна AB тијела 2 је заузимала хоризонтални положај. Одредити помјерање тијела 1 до тренутка када страна AB тијела 2 дође у вертикални положај.



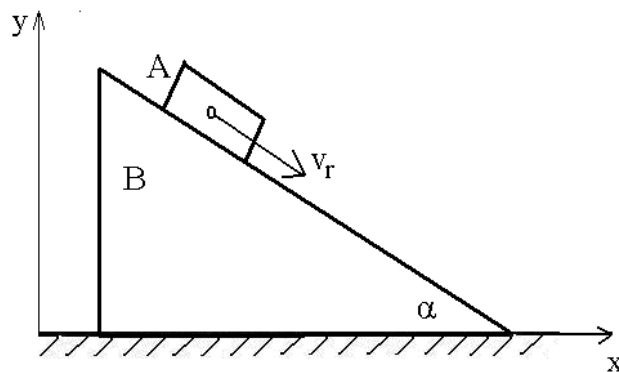
24. Блок B масе $m_b = 35 \text{ kg}$ мирује на крају колица масе $m_k = 25 \text{ kg}$. Ако се колица могу слободно кретати, а блок се вуче по колицима конопцем брзином од $1,2 \text{ m/s}$, одредити вриједност за коју ће се колица помјерити када блок пређе удаљеност од 4 m на колицима. Коэффициент трења блок/колица је $\mu = 0,4$.



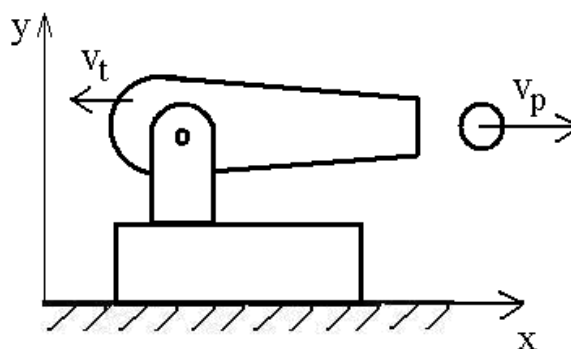
25. Шупљи цилиндар, унутрашњег полупречника r , круто је везан за постоље које може да клизи без трења по хоризонталној равни. Тежина цилиндра са постољем је G_1 . Унутар цилиндра налази се куглица тежине G_2 , која из положаја приказаног на слици почиње да се креће по површини цилиндра без почетне брзине. Одредити помјерање цилиндра до тренутка када куглица пролази кроз најнижи положај.



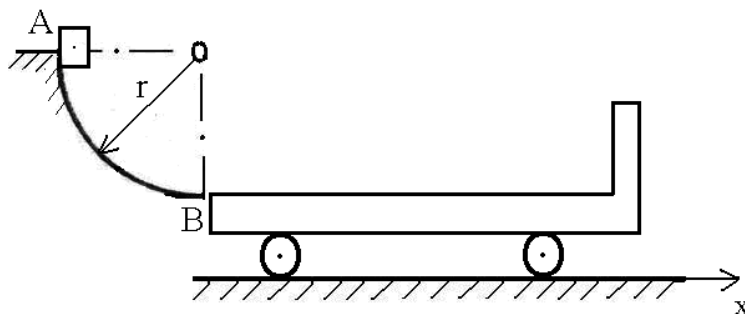
26. Сандук A тежине G_A налази се на стрмој равни нагиба α клина B тежине G_B . У почетном тренутку систем је био у миру. Одредити брзину клина у тренутку када је релативна брзина сандука у односу на клин v_r . Трење између клина и хоризонталне равни занемарити.



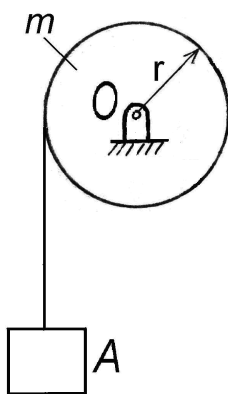
27. Из топа масе $m_t = 400 \text{ kg}$ хоризонтално је испаљен пројектил масе $m_p = 2,5 \text{ kg}$, брзином $v_p = 200 \text{ m/s}$. Топ је чврсто везан за саонице које леже на храпавој подлози. Ако је коефицијент трења саонице/подлога $\mu = 0,25$ и вријеме испљивања приближно једанко нули одредити коликом се брзином помакне топ уназад и на којој се удаљености заустави.



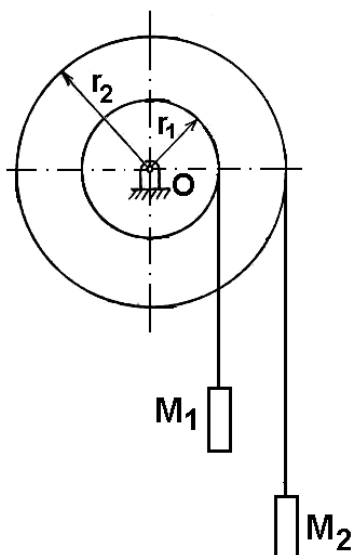
28. Блок масе $m_1 = 2 \text{ kg}$ почиње да клизи из положаја A низ глатки лук полупречника $r = 10 \text{ m}$. У тачци B блок налијеће на колица масе $m_2 = 20 \text{ kg}$, која мирују. Одредити заједничку брзину колица и блока након што блок улети у колица.



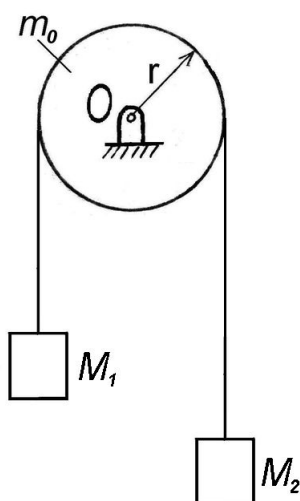
29. На котур, који се може сматрати хомогеним кружним диском, масе m и полупречника r , намотан је конопач на чијем је крају A објешен терет масе m_1 . Занемарујући масу конопца и трење у лежишту, одредити угаоно убрзање котура при вертикалном спуштању терета. Конопач сматрати нерастегљивим.



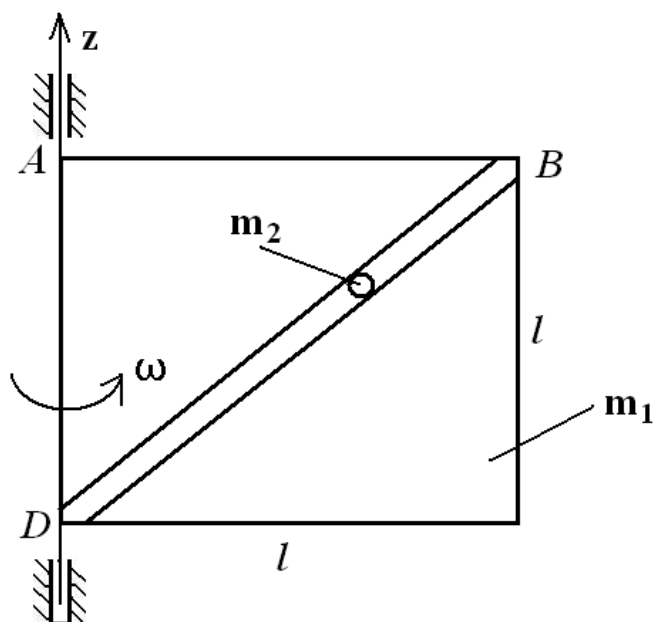
30. Терети M_1 и M_2 , маса $m_1 = 2m$ и $m_2 = m$, везани су за крајеве нерастегљивих ужади која су намотана на два хомогена коаксијална међусобно круто везана цилиндра, полупречника $r_1 = r$ и $r_2 = 2r$ и укупне масе $m_3 = 2m$. Цилиндри се обрћу око непокретне хоризонталне осе симетрије за коју је њихов полупречник инерције $i_0 = r\sqrt{2}$. Одредити угаоно убрзање цилиндара.



31. Тегови M_1 и M_2 , маса m_1 и m_2 , везани су за крајеве нерастегљивог ужета које је пребачено преко котура (хомогени кружни диск масе m_0 и полупречника r) који се може обртати око непокретне хоризонталне осе O . Одредити угаоно убрзање котура.



32. Квадратна хомогена плоча масе $m_1 = 3m$ и ивице l може се обртати око вертикалне осе AD . У плочи је по дијагонали урезан жлијеб BD у коме се налази куглица масе $m_2 = m$. У тренутку када се куглица налазила у тачци B плочи је саопштена угаона брзина ω_0 . Колика ће бити угаона брзина плоче када куглица доспије у положај D . Узети да је момент инерције плоче за обртну осу $I_z^{(1)} = ml^2/3$.



Литература:

Вуковић Ј., Симоновић М., Обрадовић А., Марковић С., Збирка задатака из динамике, МФ Београд, 2010.