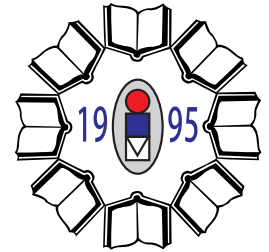




УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ФАКУЛТЕТ ЗА ПРОИЗВОДЊУ И МЕНАЏМЕНТ ТРЕБИЊЕ



UNIVERSITY OF EAST SARAJEVO
PRODUCTION AND MANAGEMENT FACULTY TREBINJE



Степе Степановића бб, 89101, Требиње
Република Српска, Босна и Херцеговина
тел. +387 (0)59 240 654
fpmtrebinje@gmail.com
<http://www.fpmtrebinje.com>

ZADACI ZA PRIPREMU KVALIFIKACIONOG ISPITA IZ MATEMATIKE

1. Kolika je vrijednost izraza:

$$\frac{(a+b) \cdot (b+d)}{a+b+c+d} - \frac{ab}{a+b} - \frac{cd}{c+d}$$

ako je $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

2. Odrediti skupove

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x^2 = 4 \wedge 2x = 4\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \neq x\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x + 8 = 8\}$$

3. Provjeriti da li važi sljedeći skupovni identitet:

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

4. Naći partitivni skup skupa $S = \{3, \{1, 4\}\}$.

5. Izračunati $4^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} + 16^{\frac{1}{4}} + 32^{\frac{1}{5}}$.

6. Izračunati $\left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(3^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{1}{3}}$.

7. Naći vrijednost izraza $\frac{8}{3-\sqrt{5}} - \frac{2}{2+\sqrt{5}}$.

8. Uprostiti izraz $\frac{x-5}{x-3} + \frac{x+3}{x+5} + \frac{16}{x^2+2x-15}$.

9. Rastaviti na faktore polinom $81 \cdot a^4 - 1$.

10. Skratiti razlomak $\frac{8a^{n+2}+a^{n-1}}{16a^{n+4}+4a^{n+2}+a^n}$.

11. Dokazati identitet $(ax + by)^2 + (ay - bx)^2 = (a^2 + b^2) \cdot (x^2 + y^2)$.

12. Dokazati da je $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{999}{1000} < 0,01$.

13. Naći vrijednost razlomka $\frac{a+b}{a-b}$ ako je $2a^2 + 2b^2 = 5ab, 0 < a < b$.

14. Ako je $x \cdot y \cdot z = 1$ naći vrijednost izraza $\frac{1}{1+xy} + \frac{1}{1+yz} + \frac{1}{1+zx}$.

15. Dokazati da je $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ cijeli broj.

16. Dokazati da je površina pravouglog trougla jednaka proizvodu odsječaka na koje trouglu upisana kružnica dijeli hipotenuzu.
17. Ako je u jednakostraničnom trouglu radijus opisane kružnice jednak dvostrukom radijusu upisane kružnice, trougao je jednakostraničan. Dokazati.
18. Dokazati da je $\sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} \cdot (2 - \sqrt{3}) = 1$.
19. Uprostiti izraz $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}$ ako je $x \leq 2$.
20. Odrediti parametar m tako da rješenja kvadratne jednačine $(2m - 1)x^2 + (m + 2)x + m - 1 = 0$ budu jednaka.
21. Ako su x_1, x_2 rješenja jednačine $5x^2 - 3x - 1$ ne rješavajući jednačinu izračunati $2x_1^3 - 3x_1^2x_2 + 2x_2^3 - 3x_1x_2^2$.
22. Riješiti jednačinu $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$.
23. Racionalisati izraz $\frac{5}{\sqrt[3]{3}+1}$.
24. Iz skupa funkcija $y = x^2 + px + q$ odrediti onu funkciju koja ima nule $x_1 = -2, x_2 = 3$.
25. Broj 21 rastaviti na dva sabirka tako da zbir njegovih kvadrata bude 261.
26. Za koje vrijednosti parametra a parabola $y = (2a - 1)x^2 - 4ax + 2a + 5$ ima tjeme u I kvadrantu i siječe osu Ox ?
27. Riješiti nejednačinu $\frac{x^2-1}{x^2+1} \geq 0$.
28. Skratiti razlomak $\frac{x^3+x^2-9x-9}{(x-2)^2-(x-4)^2}$.
29. Rastaviti na faktore izraz $x^4 + 4$ u skupu racionalnih brojeva.
30. Riješiti nejednačinu $4x^2 > 4x - 1$.
31. Za koje realne vrijednosti od x vrijedi $\frac{-x^2+2x-5}{2x^2-x-1} > -1$.
32. Odrediti realna rješenja jednačine $\sqrt{25 - x^2} = 7 - x$.
33. Riješiti nejednačinu $\sqrt{x + 7} < x - 6$.
34. Odrediti vrijednost izraza $(81^{-2})^{-2} : 81^{(-2)^{-2}}$.
35. Riješiti jednačinu $4^x = 2^{\frac{x+1}{x}}$.
36. Riješiti jednačinu $3^x = 270 - 3^{x-2}$.
37. Koliko realnih rješenja ima jednačina $(11^x - 11)^2 = 11^x + 99$?
38. Diskutovati jednačinu $(a - 2)x = 4$ u zavisnosti od realnog parametra a .
39. Od 35 kilograma brašna dobije se 50 kilograma hljeba. Koliko brašna treba za 60 kilograma hljeba?
40. Odrediti A, B, C ako je $\frac{4x}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$.
41. Naći skup rješenja nejednačine $2^{x^2-3} > 2$.
42. Šta je veće $\log_2 3$ ili $\log_2 \sqrt{2}$.
43. Izračunati $\log_{10} 5000 - \log_{10} 5$.
44. Izračunati $\log_{\sqrt{2}} 8 + \log_{16} \frac{1}{8} + \log_{\frac{1}{32}} 128$.
45. Riješiti jednačinu $\log \sqrt{75 + 5^x} = 1$.
46. Riješiti logaritamsku jednačinu $x^{\log x} = 100x$.

47. Naći skup S svih realnih brojeva koji zadovoljavaju nejednačinu $\log_{tgx} \sin x - \log_{ctgx} \cos x \geq 3$, $x \in [0, 2\pi]$.
48. Riješiti sistem jednačina
- $$\begin{aligned} 2x - y &= 9 \\ \log x &= \log 2 + \log y \end{aligned}$$
49. Riješiti sistem jednačina
- $$\begin{aligned} 3x - z &= 9 \\ -5x - 2y &= -4 \end{aligned}$$
50. Dokazati sljedeći identitet $\frac{1+tg^4\alpha}{tg^2\alpha+ctg^2\alpha} = tg^2\alpha$.
51. Izračunati vrijednost izraza $\frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} - \frac{1}{\sin 10^\circ}$.
52. Izračunati $\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$ ako je $tg\alpha = -\frac{1}{2}$.
53. Riješiti jednačinu $\sin 2x = \cos x$.
54. Riješiti jednačinu $\cos 2x + \sin 3x = 0$.
55. Koliko rješenja jednačine $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$ pripada segmentu $[0, 2\pi]$?
56. Da li je skup rješenja jednačine $\sin 2x \cdot \sin 6x = 1$ prazan skup?
57. Za koje vrijednosti parametra m jednačina $\sin^2 x + 2(m-2) \cos x - m - 1 = 0$ prazan skup?
58. Odrediti realni i imaginarni dio kompleksnog broja $z = \frac{3+i}{(2+i)^3}$.
59. Dati su kompleksni brojevi $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = 1 + i$. Izračunati $z_1 \cdot z_2$, $z_1 + z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$ i $|z_2|$.
60. Izračunati $\frac{z-\bar{z}}{1+z\bar{z}}$ ako je $z = 1 + i$.
61. Dokazati da je $(1+i)^4 - (1-i)^4$ realan broj.
62. Riješiti po z jednačinu $z + 2\bar{z} = 6 - i$.
63. Paralelne stranice trapeza su a i b . Odrediti dužinu odsječka koji spaja sredine dijagonala trapeza.
64. Na pravoj $x + y - 8 = 0$ naći tačku jednako udaljenu od tačke $A(2, 8)$ kao i od prave $x - 3y + 2 = 0$.
65. Naći udaljenost centra kružnice $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 6 = 0$ od prave $3x + 4y - 33 = 0$.
66. Kako glasi jednačina kružnice koja prolazi tačkom $M(-6, 2)$ i dira ordinatnu osu u tački $N(0, 4)$.
67. Kako glasi jednačina tangente kružnice $x^2 + (y-2)^2 = 5$ u tački $M(2, 3)$.
68. Naći ugao pod kojim elipsa $x^2 + 3y^2 = 12$ siječe pravu $x + y = 2$.
69. Napisati jednačinu tangente hiperbole $4x^2 - y^2 = 64$ koja je paralelna sa pravom $10x - 3y + 9 = 0$.
70. Naći jednačinu parabole koja prolazi tačkom $A(2, -4)$.
71. Izračunati površinu trougla čiji su vrhovi presjeci pravih $2x + y = -2$, $x - 2y = -6$ i $x = 2$.
72. Kvadar ima za osnovicu kvadrat. Ako je njegova zapremina $V = 1800 \text{ cm}^3$ i visina 8 cm izračunati stranicu osnovice.
73. Površina romba je 336 cm^2 , a njegove dijagonale odnose se kao $7:24$. Izračunati dužinu stranice romba.
74. U jednakokrakom trapezu čija je osnova jednaka jedinici upisana je kružnica radijusa 1. Naći površinu trapeza.
75. Površine strana kvadrata stoje u odnosu $3:1:4$. Izračunati površinu kvadra ako je dijagonala dužine 39 cm .

76. U trouglu ABC ugao $\alpha = 60^0$. Izračunati ugao između simetrala uglova β i γ .
77. Izračunati zbir koeficijenata uz članove x^k ($k = 0, 1, 2, \dots$) u razvoju polinoma $p(x) = (x^3 - 1)^{2005} + 1$.
78. Naći ostatak pri dijeljenju polinoma $p(x) = (x - 1)^{2005} + 4$ sa $x - 2$.
79. Četvrti član aritmetičkog niza je 9, a deveti član -6 . Koliko članova ovog niza treba sabrati da se dobije zbir 54?
80. Izračunati $1 + 2 + 3 + \dots + 100$.
81. Odrediti geometrijski niz ako je
- $$\begin{aligned} a_1 + a_5 &= 1285 \\ a_2 \cdot a_4 &= 6400 \end{aligned} .$$
82. Odrediti oblast definisanosti funkcije $f(x) = \frac{3}{4-x^2} + \log(x^2 - x)$.
83. Naći najmanju vrijednost funkcije $f(x) = (tgx + ctgx)^2$.
84. Koliko rješenja ima jednačina $|x - 1| + |x - 3| = 2$.
85. Kolika je najmanja vrijednost izraza $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + 10$.
86. Predstaviti grafički skup svih parova (x, y) u ravni takve da je $x \cdot |x| \cdot y \cdot |y| = 1$.
87. Date su funkcije $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 5$. Naći $f \circ g, g \circ f$ i f^{-1} .
88. Ako je $f(x + 1) = x^2 - 2x - 2$ naći $f\left(\frac{3}{2}\right)$.
89. Ako je $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = (x - 1)^2$ naći $f(3)$.
90. Izračunati $f(2)$ ako je $2f(2) - 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$.
91. Naći svih pet rješenja jednačine $\frac{3}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{4}{x-2} + \frac{4}{x-3} + \frac{1}{x-4} + \frac{3}{x-5} = 0$.
92. Dokazati da je za svaki $x \geq 0$ važi $x + \frac{1}{x} \geq 2$.
93. Data je funkcija $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$. Izračunati $f(2x)$.
94. Ako je $f(2x - 1) = x$ izračunati $f(f(x))$.
95. Koji prirodan broj n zadovoljava jednačinu $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} = 153$?
96. Riješiti simetričnu jednačinu $3x^3 + 13x^2 + 13x + 3 = 0$.
97. Skicirati grafik funkcije $y = x^2 - 2|x| - 3$.
98. Može li se napraviti kutija u obliku kvadra čija je zapremina $0,4m^3$, a zbir dužine, širine i visine $2m$?
99. Naći prirodan broj n takav da je $n^4 + n^3 + n^2 + n + 1$ potpun kvadrat.
100. Dokazati da je za svaki prirodan broj n broj $n^2 + 3n - 4$ paran.