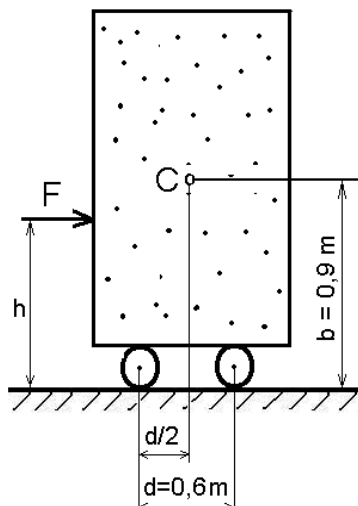


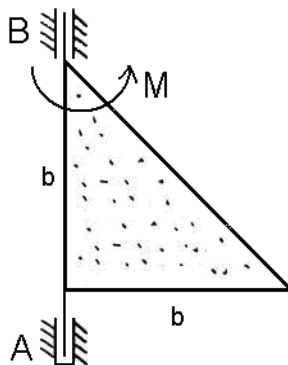
## ПРЕДМЕТ: МЕХАНИКА III (ДИНАМИКА)

### ЗАДАЦИ ЗА ПРИПРЕМУ II КОЛОКВИЈУМА

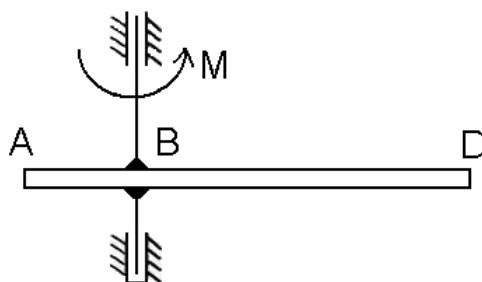
1. Ормар масе  $m = 20 \text{ kg}$ , монтиран на точиће који му омогућавају да се креће без трења по хоризонталном поду, гура се хоризонталном силом  $F = 100 \text{ N}$ . Одредити:
  - а) убрзање ормара,
  - б) услов који треба да задовољава растојање  $h$  да се ормар не преврне. Димензије точића занемарити.



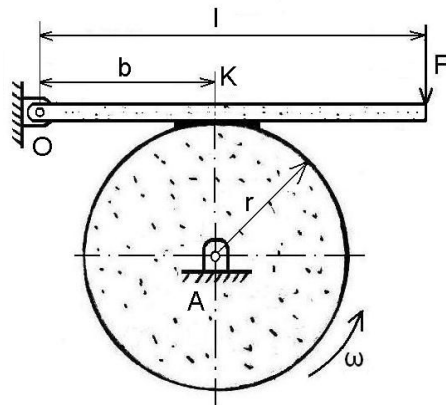
2. Хомогена танка плоча облика једнакокраког правоуглог троугла, масе  $m$  и катете дужине  $b$ , обрће се из стања мировања под дејством спрега константног момента  $M$  око вертикалне осе за коју је везана својом катетом. Занемарујући отпор кретања, одредити закон кретања плоче. Узети да је момент инерције плоче за осу која пролази кроз њену катету  $I_z = mb^2/6$ .



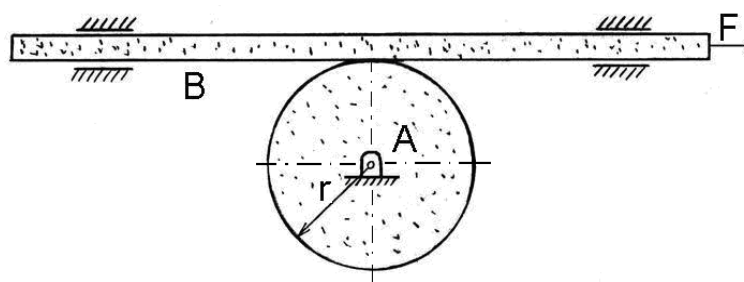
3. Хомогени штап  $AD$ , масе  $m = 1 \text{ kg}$  и дужине  $l = 2 \text{ m}$ , круто је везан под правим углом за вертикалну осовину тако да је  $\overline{AB} = l/3$ . Занемарујући трење, одредити угаоно убрзање штапа под дејством спрега момента  $M = 4 \text{ Nm}$ .



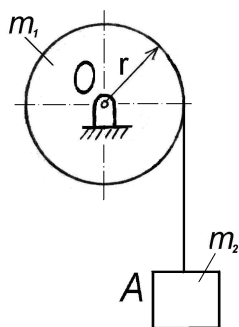
4. Точак  $A$ , који се обрће константном угаоном брзином  $\omega_0$ , почиње да се кочи помоћу ручне кочице. Коликом силом  $F$  треба дјеловати на ручицу да би се точак зауставио за вријеме  $T$ , ако је коефицијент трења између точка и папучице  $\mu$ , дужина ручице  $l$ ,  $\overline{OK} = b$ , момент инерције точка за обртну осу  $I$ , а полупречник точка  $r$ . Масу ручице и димензије папучице занемарити.



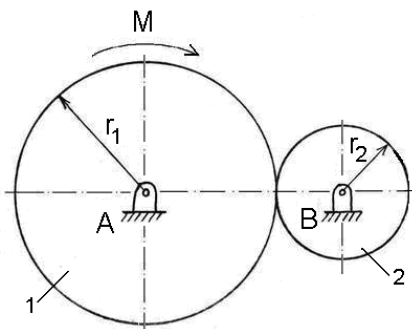
5. Зупчаник  $A$ , масе  $m_A = 5 \text{ kg}$  и полупречника  $r = 20 \text{ cm}$ , спрегнут је са хоризонталном зупчастом летвом  $B$ , масе  $m_B = 10 \text{ kg}$ , на коју дјелује сила  $F = 20 \text{ N}$ . Занемарујући отпоре кретању, одредити:
- угаоно убрзање зупчаника и угаону брзину у тренутку  $t_1 = 1 \text{ s}$ , ако је кретање почело из мира,
  - тангенцијалну компоненту силе између зупчаника и летве.
- Зупчаник сматрати хомогеним кружним диском.



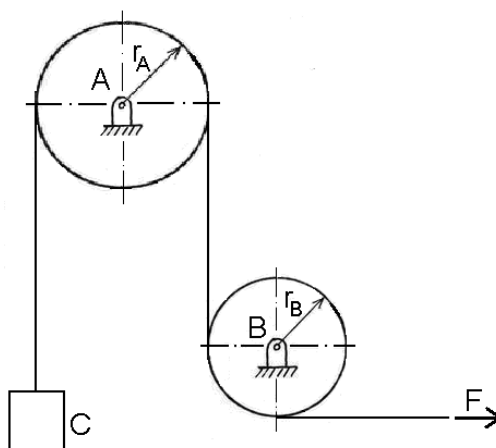
6. На хомогени добош, масе  $m_1 = 20 \text{ kg}$  и полупречника  $r = 30 \text{ cm}$ , који може да се обрће око непокретне хоризонталне осе  $O$  намотан је неистегљиви конопца на чијем је крају  $A$  објешен терет масе  $m_2 = 10 \text{ kg}$ . Занемарујући масу конопца и трење у лежиштима, одредити:
- угаоно убрзање добоша при вертикалном спуштању терета,
  - силу у конопцу.
- Полупречник инерције добоша за осу око које се обрће је  $i = 20 \text{ cm}$ .



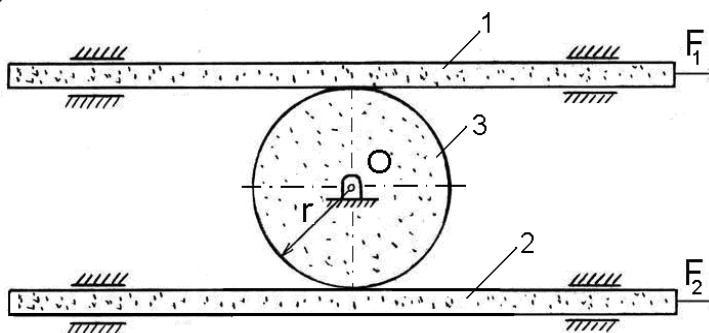
7. Зупчаник 1, масе  $m_1 = 10 \text{ kg}$  и полупречника  $r_1 = 20 \text{ cm}$ , спрегнут је са зупчаником 2, масе  $m_2 = 5 \text{ kg}$  и полупречника  $r_2 = 10 \text{ cm}$ . Ако на зупчаник 1 дјелује константни обртни момент  $M = 1,5 \text{ Nm}$ , одредити угаоно убрзање зупчаника 1 и интензитет тангенцијалне компоненте силе у тачци додира. Зупчанике сматрати хомогеним кружним дисковима.



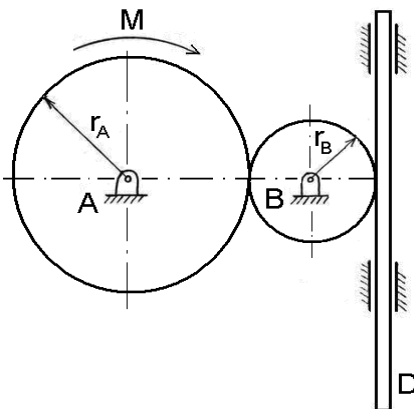
8. Терет  $C$ , масе  $m_C = 20 \text{ kg}$ , подиже се помоћу нерастегљивог ужета пребаченог преко котурова  $A$  и  $B$ , маса  $m_A = 10 \text{ kg}$  и  $m_B = 5 \text{ kg}$  и полупречника  $r_A = 30 \text{ cm}$  и  $r_B = 20 \text{ cm}$ , чији се слободни крај вуче у хоризонталном правцу силом  $F = 310 \text{ N}$ . Занемарујући масу ужета и сматрајући да нема проклизавања између ужета и котурова, одредити:
- угаоно убрзање котура  $B$ ,
  - убрзање терета  $C$ ,
  - силу у ужету у дијелу између терета и котура  $A$ .



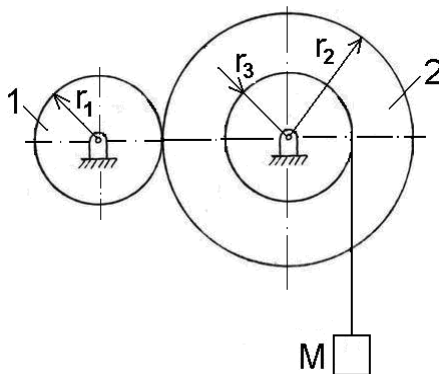
9. Систем приказан на слици састоји се од двије, у хоризонталном правцу транслаторно покретне, летве 1 и 2, маса  $m_1 = 5 \text{ kg}$  и  $m_2 = 10 \text{ kg}$ , спрегнуте са зупчаником 3, масе  $m_3 = 20 \text{ kg}$  и полупречника  $r = 0,2 \text{ m}$ , који може да се обрће око непокретне хоризонталне осе  $O$ . Ако на летве дјелују хоризонталне силе  $F_1 = 100 \text{ N}$  и  $F_2 = 200 \text{ N}$  усмјерене као на слици, одредити угаоно убрзање зупчаника. Зупчаник сматрати хомогеним кружним диском.



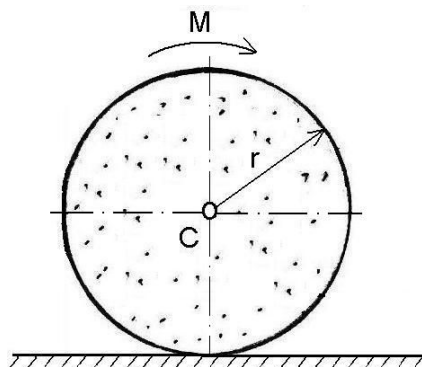
10. Зупчаник  $A$ , масе  $m_A = 20 \text{ kg}$  и полупречника  $r_A = 40 \text{ cm}$ , обрће се под дејством обртног момента  $M = 90 \text{ Nm}$ , доводећи у кретање зупчаник  $B$ , масе  $m_B = 10 \text{ kg}$  и полупречника  $r_B = 20 \text{ cm}$ , који је спрегнут са вертикалном зупчастом летвом  $D$ , масе  $m_D = 15 \text{ kg}$ . Занемарујући отпоре кретању, одредити:
- убрзање зупчасте летве,
  - тангенцијалне компоненте сила између зупчаника и између зупчаника  $B$  и летве  $D$ .
- Зупчанике сматрати хомогеним кружним дисковима.



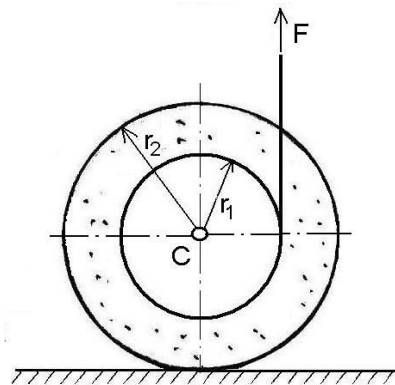
11. За зубчаник 2, полупречника  $r_2 = 20 \text{ cm}$  и масе  $m_2 = 30 \text{ kg}$ , који је у спреси са зубчаником 1, полупречника  $r_1 = 10 \text{ cm}$  и масе  $m_1 = 10 \text{ kg}$ , коаксијално је заварен лаки добош полупречника  $r_3 = 10 \text{ cm}$ . На добош је намотано лако нерастегљиво уже о чији је слободни крај окачен терет  $M$  масе  $m_3 = 20 \text{ kg}$ . Одредити убрзање терета и силу затезања ужета. Зубчанике сматрати хомогеним кружним дисковима, а масе ужета и добоша занемарити.



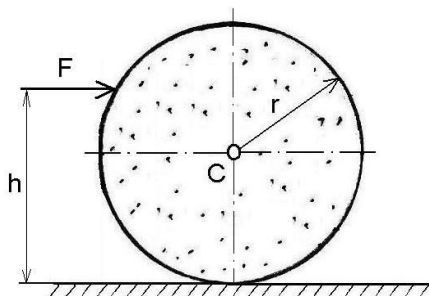
12. Хомогени диск, масе  $m$  и полупречника  $r$ , почиње кретање без почетне брзине котрљајући се без клизања по хоризонталној равни под дејством спрега константног момента  $M$ . Ако је диск у почетном тренутку мировао, одредити једначину кретања центра маса диска.



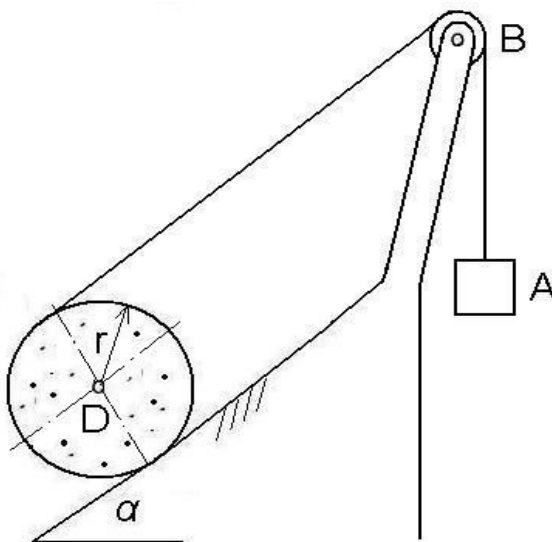
13. Конопац који је намотан на добош калема вуче се вертикалном силом  $F = 20 \text{ N}$ . Калем је масе  $m = 6 \text{ kg}$ , а његов полупречник инерције за централну осу управну на раван кретања је  $i_C = 90 \text{ mm}$ . Ако се калем котрља без клизања по хоризонталној равни, одредити:
- угаоно убрзање калема и убрзање његовог центра  $C$ ,
  - минималну вриједност стат. коефицијента трења  $\mu_s$  сагласну са овим кретањем.
- Дато је:  $r_1 = 60 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 120 \text{ mm}$ .



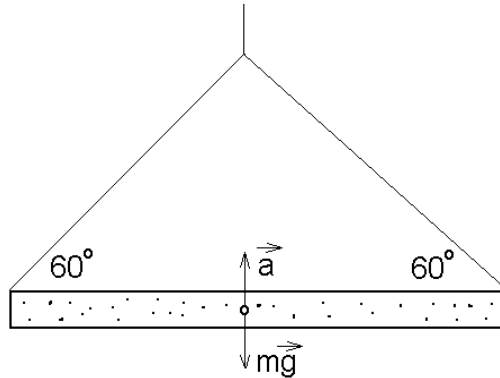
14. На коме растојању  $h$  од хоризонталне глатке равни треба дјеловати силом  $F$ , константног интензитета и хоризонталног правца, на хомогени диск масе  $m$  и полупречника  $r$  да би се диск котрљао без клизања по хоризонталној равни?



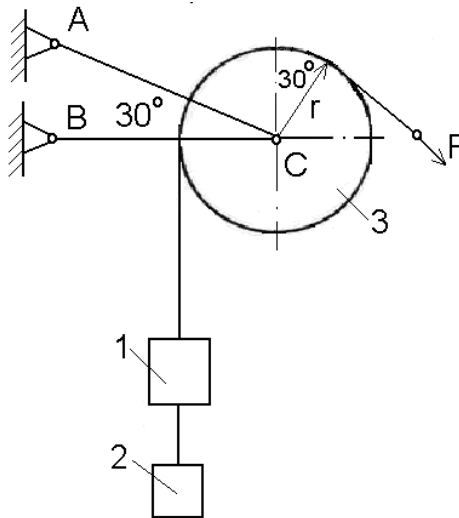
15. Терет  $A$ , масе  $m_A = m$ , везан је за један крај нерастегљивог ужета које је пребачено преко котура  $B$ , занемарљиве масе, а затим намотано на котур  $D$ , масе  $m_D = 2m$ . Одредити убрзање котура, сматрајући котур хомогеним диском који се котрља без клизања по стрмој равни нагиба  $\alpha = 30^\circ$ .



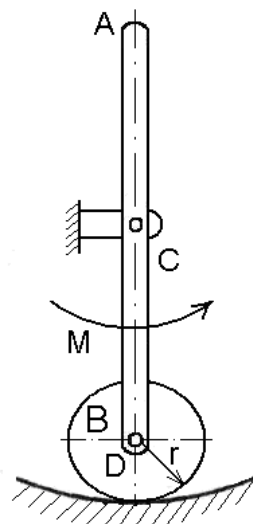
16. Хомогена греда, масе  $m = 600 \text{ kg}$ , подиже се вертикално убрзањем  $a = 1,5 \text{ m/s}^2$ .  
Одредити силе затезања у сајлама.



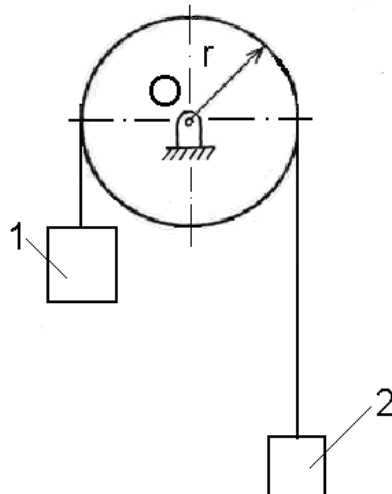
17. Одредити силе у лаким штаповима за које је везана хоризонтална осовина котура 3 (хомогени кружни диск масе  $m_3 = 16 \text{ kg}$  и полупречника  $r = 20 \text{ cm}$ ) преко кога је пребачено нерастегљиво уже за чији су лијеви крај везани тегови 1 и 2, маса  $m_1 = 80 \text{ kg}$  и  $m_2 = 40 \text{ kg}$ , а чији се десни крај вуче силом  $F = 1300 \text{ N}$ .



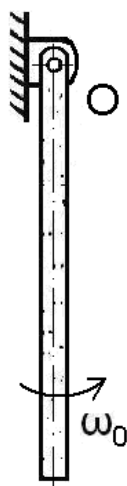
18. Зупчаник B, масе  $m_B = 1,8 \text{ kg}$  и полупречника инерције за централну осу  $i_D = 32 \text{ mm}$ , спрегнут је са непокретним зупчаником, са унутрашњим озубљењем, помоћу штапа ACD. Штап је масе  $m_{AD} = 2,5 \text{ kg}$ . Систем лежи у вертикалној равни, а у положају приказаном на слици, када је он био у миру, на штап се дјелује спрегом сила момента  $M = 1,25 \text{ Nm}$ . Одредити убрзање тачке D у том положају. Дато је:  $r = 40 \text{ mm}$ ,  $\overline{AC} = 60 \text{ mm}$ ,  $\overline{CD} = 60 \text{ mm}$ .



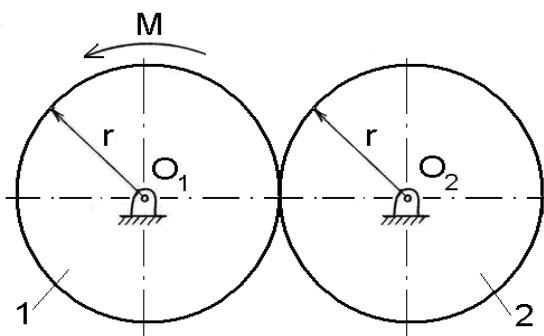
19. Терети 1 и 2, маса  $m_1 = 2 \text{ kg}$  и  $m_2 = 1 \text{ kg}$ , објешени су за крајеве неистегљивог конопца пребаченог преко котура који се може обртати око непокретне хоризонталне осе. Занемарујући масу котура, одредити брзину терета 1 у тренутку када се спусти за висину  $h = 3 \text{ m}$ . Кретање је почело из мира.



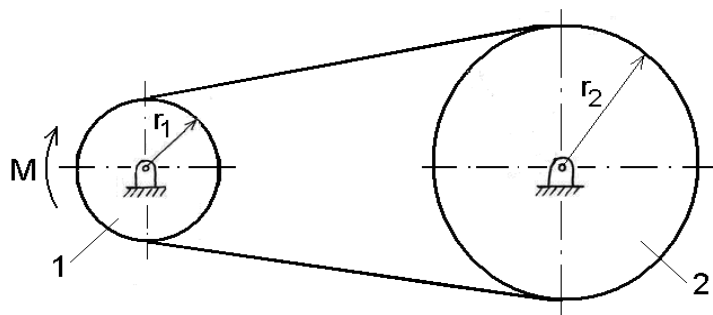
20. Колику почетну угаону брзину  $\omega_0$  треба саопштити хомогеном штапу, масе  $m$  и дужине  $l$ , у најнижем положају да би он обрћући се око хоризонталне осе  $O$  направио пола обрта?



21. Два идентична, међусобно спрегнута, зупчаника 1 и 2, сваки масе  $m = 2 \text{ kg}$ , доводе се у кретање из мировања дејством константног обртног момента  $M = 1 \text{ Nm}$ . Одредити угаону брзину зупчаника након два обрта, ако је полупречник инерције сваког од њих за обртне осе  $i = 0,2 \text{ m}$ .

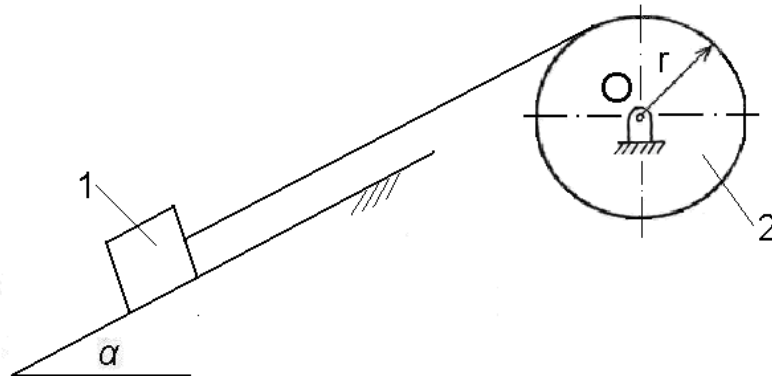


22. Каишни преносник почиње кретање из мира под дејством константног спрега сила момента  $M = 2,5 \text{ Nm}$ . Моменти инерције каишника у односу на њихове осе обртања су  $I_2 = 2I_1 = 1 \text{ kgm}^2$ . Одредити угаону брзину каишника 1 након три обрта, ако су полупречници каишника  $r_2 = 2r_1$ .

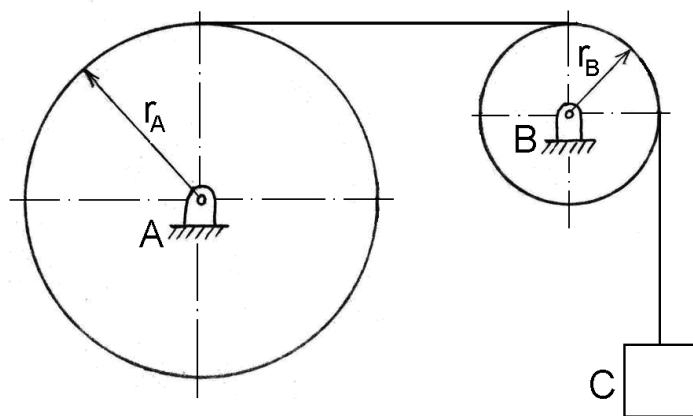


23. Сандук 1, масе  $m_1 = 50 \text{ kg}$ , који може да се креће по стрмој равни нагиба  $\alpha = 30^\circ$ , везан је за неистегљиво уже чији је други крај намотан на котур 2 (хомогени кружни диск масе  $m_2 = 20 \text{ kg}$  и полупречника  $r$ ) који се може обртати око непокретне хоризонталне осе  $O$ .

- Написати кинетичку енергију система као функцију брзине  $v$ ,
- Одредити брзину сандука након што он почевши кретање из мира пређе низ стрму раван пут дужине  $L = 2 \text{ m}$ , ако је коефицијент трења између сандука и стрме равни  $\mu = 0,2$ .

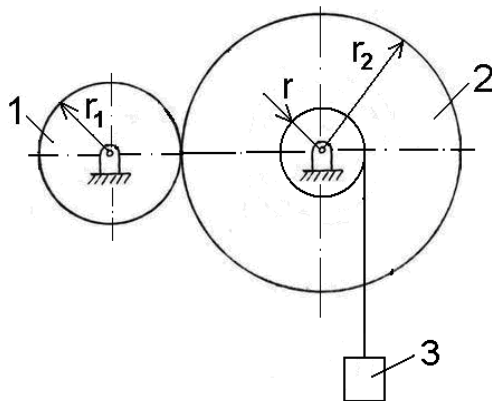


24. Неистегљиво уже, занемарљиве масе, је обавијено око диска  $A$ , масе  $m_A = 20 \text{ kg}$ , и пребачено преко котура  $B$ , масе  $m_B = 6 \text{ kg}$ . За крај ужета је везан тег  $C$  масе  $m_C = 5 \text{ kg}$ . У почетном тренутку систем је мировао. Одредити брзину тега  $C$  након што се он спусти за вриједност од  $4 \text{ m}$ .

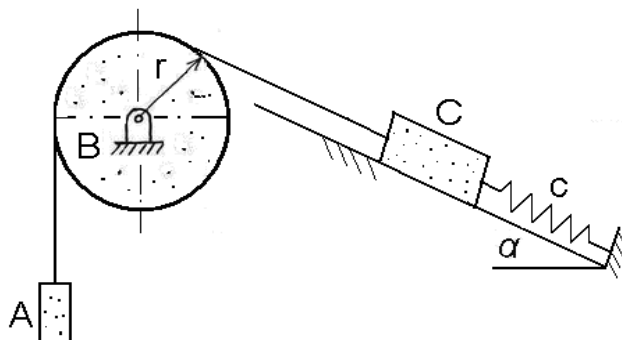




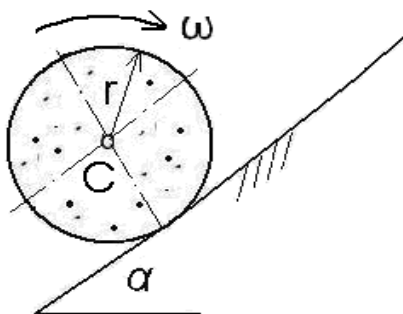
25. Зупчаници 1 и 2 (полупречника  $r_1 = 2r$  и  $r_2 = 3r$ , маса  $m_1 = 5 \text{ kg}$  и  $m_2 = 10 \text{ kg}$ ) се могу обртати око одговарајућих непокретних хоризонталних оса. За зупчаник 2 је коаксијално заварен лаки добош занемарљиве масе и полупречника  $r = 10 \text{ cm}$ . На добош је намотано лако неистегљиво уже за чији је слободни крај објешен тег 3 масе  $m_3 = 2 \text{ kg}$ . Одредити:
- кинетичку енергију система у функцији угаоне брзине зупчаника 1,
  - угаоно убрзање зупчаника 1,
  - тангенцијалну компоненту силе у тачци спрезања зупчаника.
- Зупчанике сматрати хомогеним кружним дисковима.



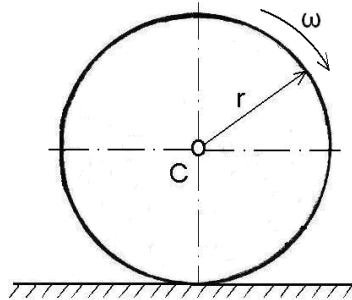
26. Тег  $A$ , масе  $m_A = 10 \text{ kg}$ , почевши кретање из мира, посредством неистегљивог конопца и котура  $B$  (хомогени кружни диск, масе  $m_B = 30 \text{ kg}$  и полупречника  $r = 30 \text{ cm}$ ), доводи у кретање сандук  $C$  масе  $m_C = 5 \text{ kg}$  уз стрму раван нагиба  $\alpha = 30^\circ$ . Сандук је везан за опругу крутости  $c = 2 \text{ N/cm}$ , која је у почетном положају сандука ненапрегнута. Коefицијент трења између сандука и стрме равни је  $\mu = 0,1$ . Одредити:
- кинетичку енергију система у функцији брзине тега,
  - максимално растојање за које ће се спустити тег.



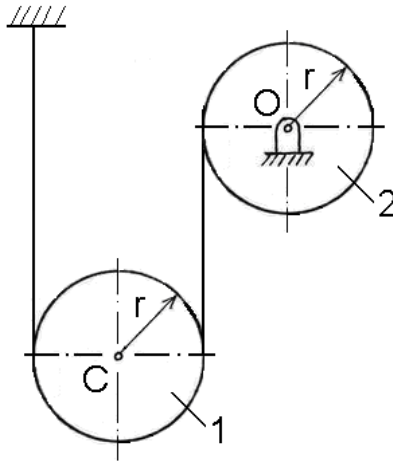
27. Хомогени диск, масе  $m$  и полупречника  $r$ , котрља се без клизања уз стрму раван нагиба  $\alpha = 30^\circ$ . Почетна брзина центра диска је  $v_{C0} = 4 \text{ m/s}$ . Одредити пут који пређе центар  $C$  диска до заустављања.



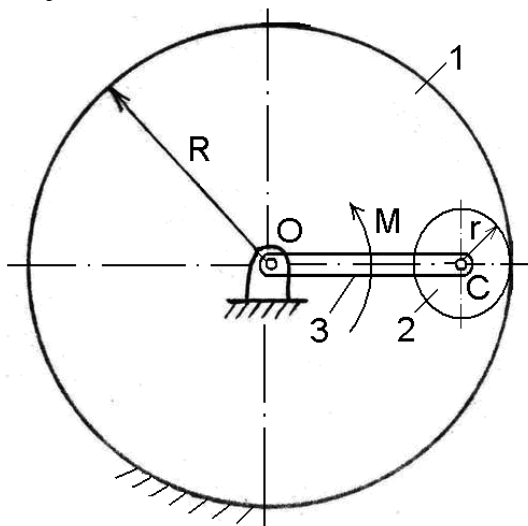
28. Танкозидни цилиндар, масе  $m$  и полупречника  $r = 0,5 m$ , котрља се без клизања по хоризонталној равни. Одредити пут који пређе центар  $C$  цилиндра до заустављања, ако је у почетном тренутку угаона брзина цилиндра  $\omega_0 = 4s^{-1}$ , а крак трења котрљања  $k = 0,01 m$ .



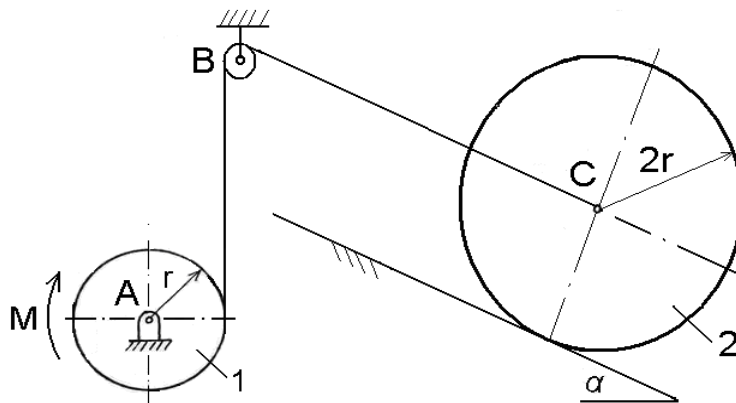
29. Идентични котурови 1 и 2, маса  $m$  и полупречника  $r$ , који се могу сматрати хомогеним кружним дисковима, почињу кретање из мира у вертикалној равни под дејством силе теже. Уже које је намотано на котур 2 и пребачено преко котура 1 је неистегљиво. Одредити брзину центра  $C$  котура 1 након што се он спусти за  $h = 1m$ .



30. Зупчаник 2, масе  $m_2$  и полупречника  $r$ , озубљен је са непомичним зупчаником 1, полупречника  $R = 3r$ . Зупчаник 2 се доводи у кретање помоћу криваје 3, масе  $m_3$ , која се обрће под дејством спрега сила константног момента  $M$ . Зупчаник 2 сматрати хомогеним кружним диском, а кривају 3 хомогеним танким штапом. Одредити:  
 а) кинетичку енергију система у функцији угаоне брзине криваје,  
 б) угаоно обрзање криваје.



31. На котур  $1$  (хомогени кружни диск масе  $m_1 = m$  и полупречника  $r$ ), који се може обртати око непокретне хоризонталне осе  $A$ , дјелује спрег сила константног момента  $M$ . Помоћу неистегљивог ужета и котура  $B$ , занемарљивих маса, доводи се у кретање калем  $2$  (полупречника  $2r$ , масе  $m_2 = m$  и полупречника инерције за централну осу управну на раван кретања  $i_C = r$ ). Калем се котрља без клизања уз стрму раван чији је нагиб  $\alpha$ . Крак трења котрљања је  $k$ . Одредити:
- кинетичку енергију система као функцију брзине центра  $C$  калема,
  - убрзање центра  $C$  калема.



32. Неистегљиво уже, на чијем крају visi терет  $A$  масе  $m_A = 25 \text{ kg}$ , пребачено је преко котура  $B$ , занемарљиве масе, и намотано на калем  $K$ , масе  $m_K = 10 \text{ kg}$  и полупречника инерције за централну осу управну на раван кретања  $i_C = 7 \text{ cm}$ . Одредити:
- кинетичку енергију система у функцији брзине терета сматрајући да се калем котрља без клизања по стрмој равни нагиба  $\alpha = 30^\circ$ ,
  - брзину терета након што се он спусти за висину  $h = 2 \text{ m}$ , почевши кретање из мира,
  - силу у ужету и силу трења котрљања.
- Дато је:  $r_1 = 5 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 15 \text{ cm}$ .

