



Степа Степановић бб, 89101 Требиње
Република Српска, Босна и Херцеговина
тел. +387(0)59 240 654
fpmtrebinje@gmail.com
<http://www.fpmtrebinje.com>

Pitanja za završni ispit iz **Matematike 3**

1. Definiciono područje funkcije (primjeri)
2. Definicija granične vrijednosti funkcija (Hajne i Koši)
3. Uzastopne granične vrijednosti (primjeri)
4. Neprekidnost funkcije i totalni priraštaj
5. Definicija parcijanog izvoda
6. Parcijalni izvodi (primjeri)
7. Kada za funkciju kažemo da je diferencijabilna u tački a ?
8. Diferencijal funkcije u tački a
9. Diferencijal funkcije (primjeri)
10. Parcijalni izvodi drugog reda i Švarcova teorema (definicija i primjeri)
11. Diferencijal višeg reda (definicija i primjeri)
12. Tajlorova formula i polinom za funkcije dvije nezavisno promjenljive
13. Ekstremi funkcije (definicija)
14. Potreban uslov za postojanje ekstrema funkcije i stacionarne tačke (definicija i primjer)
15. Silvesterov kriterijum
16. Uslovni ekstrem
17. Definicija i primjeri dvostrukog integrala na pravougaonom području
18. Darbuove sume i njihive osobine
19. Dvostruki integral na području integracije koje nije pravougaonik
20. Osobine dvostrukog integrala
21. Površina ravnog lika (primjeri)
22. Smjena promjenljivih u dvostrukom integralu
23. Polarni koordinatni sistem
24. Rješavanje dvostrukih integrala uvođenjen polarnih koordinata – primjeri
25. Trostruki integral (definicija i primjeri)
26. Osobine trostrukih integrala
27. Smjena promjenljivih u trostrukom integralu
28. Smjena promjenljivih cilindričnim koordinatama – primjeri
29. Smjena promjenljivih sfernim koordinatama – primjeri
30. Korištenje trostrukih integrala za računanje zapremine – primjeri
31. Definicija i osobine krivolinijskog integrala prve vrste
32. Svođenje krivolinijskog integrala prve vrste na određeni integral
33. Definicija i osobine krivolinijskog integrala druge vrste

34. Izračunavanje krivolinijskog integrala druge vrste – primjeri
35. Grinova formula – primjeri
36. Definicija i osobine površinskih integrala prve vrste
37. Izražavanje površinskih integrala prve vrste preko dvostrukih – primjeri
38. Definicija površinskog integrala druge vrste
39. Formula Gausa-Ostrogradskog – primjeri
40. Formula Stoksa

Primjeri za završni ispit iz Matematike 3

1. Naći definiciono područje funkcije:

- a. $z = \ln(y^2 - 4x + 8);$
- b. $z = \sin^{-1}(x^2 + y^2);$
- c. $z = \cos^{-1}(x - y);$
- d. $z = \frac{1}{9-x^2-y^2};$
- e. $z = \frac{x-y}{x+y}.$

2. Naći uzastopne granične vrijednosti:

- a. $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ u tački $T(0,0);$
- b. $f(x, y) = \frac{x^2y^2}{x^2y^2-(x-y)^2}$ u tački $T(0,0);$
- c. $f(x, y) = \frac{xy}{x^2-y^2}$ u tački $T(0,0);$
- d. $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$ u tački $T(0,0).$

3. Naći parcijalne izvode sljedećih funkcija:

- a. $f(x, y) = \ln(2x^3 + y^2)$
- b. $f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$
- c. $f(x, y) = \sin(xy + y^2)$
- d. $f(x, y) = \sin x \sin y + \cos xy$
- e. $f(x, y) = \arcsin(2x + 3y)$
- f. $f(x, y) = e^{2xy} + \ln(2xy)$

4. Naći diferencijal funkcije:

- a. $z = x^2y^4 - x^3y^3 + x^4y^2;$
- b. $z = \frac{1}{2}\ln(x^2 + y^2);$
- c. $z = \frac{x+y}{x-y};$
- d. $z = \arcsin\frac{x}{y}.$

5. Naći parcijalne izvode drugog reda:

- a. $f(x, y) = x^y;$
- b. $f(x, y) = \frac{e^{xy}}{e^x+e^y};$
- c. $f(x, y) = x \ln(xy).$

6. Naći diferencijale drugog reda:

- a. $f(x, y) = e^x \sin(xy)$;
- b. $f(x, y) = \ln(2 + x + xy)$.

7. Izračunati integral:

a. $\iint_{\substack{0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}}} \sin(x + y) dx dy$;

b. $\iint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq x}} (x^2 + y^2) dx dy$;

c. $\iint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1-x}} (2x^2 + y^2 + 1) dx dy$;

d. $\iint_D (x + y) dx dy$, gdje je D oblast ograničena linijama $y = x$ i $y = x^2$.

8. Izračunati površinu P oblasti ograničene linijama:

- a. $y = x, y = \frac{x^2}{2}$;
- b. $x = 0, y = 0, y = 1, x = 2, xy = 1$;
- c. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

9. Pomoću smjene promjenljivih polarnim koordinatama izračunati integrale:

- a. $\iint_D \sqrt{r^2 - (x^2 + y^2)} dx dy$; gdje je D oblast ograničena kružnicom $x^2 + y^2 - rx = 0$.
- b. $\iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy$; gdje je D oblast ograničena kružnicama $y^2 + x^2 = e^2, x^2 + y^2 = e^4$.

10. Izračunati integral:

- a. $\iiint_V \frac{1}{(1+x+y+z)} dx dy dz$; gdje je oblast $V: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1-x, 0 \leq z \leq 1-x-y$.
- b. $\iiint_V \left[2xy - \frac{y}{(z^2-y^2)^{3/2}} \right] dx dy dz$; gdje je oblast $V: 1 \leq z \leq 2, 0 \leq x \leq 1, y \leq xz$.

11. Uvodeći cilindrične koordinate izračunati integral $\iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$ ukoliko je oblast $V: x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0, 0 \leq z \leq a$.

12. Uvodeći sferne koordinate izračunati integral $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ gdje je $V: z \geq 0, r^2 \leq x^2 + y^2 \leq R^2, 0 < r < R$.

13. Izračunati zapreminu oblasti ograničene datim površinama:

- a. $z = x^2 + y^2, z = 2x^2 + 2y^2, y = x, y = x^2$;
- b. $2x^2 + z^2 = 4ax, 2y^2 + z^2 = 2a^2$;
- c. $x = 0, z = 0, y = 1, y = 3, x + 2z = 3$.

14. Izračunati krivolinijske integrale druge vrste:

- $\oint_L xydx + (x+y)dy$; gdje je L luk parabole $y = x^2$ od $O(0,0)$ do $B(1,1)$.
- $\oint_L 2xydx + x^2dy$; gdje je L luk kubne parabole $y = x^3$ od $O(0,0)$ do $B(1,1)$.

15. Pomoću Grinove formule izračunati integrale:

- $\oint_L (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy$ gdje je L elipsa $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.
- $\oint_L \sqrt{x^2 + y^2}dx + y[x\ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})]dy$ gdje je L linija koja ograničava oblast $1 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 2$.

16. Izračunati površinske integrale prve vrste:

- $I = \iint_S \left(z + 2x + \frac{4}{3}y\right) dS$, gdje je S dio ravni $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ koji leži u I kvadrantu.
- $I = \iint_S (x^2 + y^2) dS$, gdje je S dio konusne površi $z^2 = x^2 + y^2$ ($0 \leq z \leq 1$).

17. Primjenom teoreme Gausa-Ostrogradskog izračunati $\iint_S 2dxdy + ydxdz - x^2zdydz$ ako je S površ koja ograničava tijelo V : $4x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ orijentisana vektorom vanjske normale.

Literatura:

- [1] Jovo Šarović, Dušan Jokanović, Matematika III, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
Istočno Sarajevo, 2011
- [2] Perić, Tomić, Karačić, Zbirka riješenih zadataka iz Matematike II, Svjetlost, 1987